***Les suites numériques***

1. ***Généralités sur les suites numériques***

Soit  et une partie de  tel que .

1. ***Définition d’une suite***

On appelle suite numérique toute fonction définie sur se note 

1. ***Vocabulaire***

Soit  une suite numérique définie sur  .

* Pour tout  le nombre  se note  .
* La suite  se note  ou .
* Le nombre  s’appelle terme générale de la suite .
* Le nombre s’appelle le premier terme de la suite .

***Exemple***

* Le terme général de la suite des nombres pairs est  pour tout  et son premier terme est 
* Le terme général de la suite des nombres impairs est  pour tout  et son premier terme est 

***Application➀***

Soit une suite numérique définie par 

1. Calculer les trois premiers termes de 
2. Calculer  ,  et 
3. Déterminer la valeur de  (rang) telle que 

***Remarque***

Il existe deux types des suites :

* ***Suite définie explicitement en fonction de rang ***

Ce type permet de déterminer directement les termes de la suite ; en remplaçant  par des valeurs possibles.

***Exemple***

La définie par  : est une suite définie explicitement Telle que  ; ..........

* ***Suite définie par une relation de récurrence***

Cette suite peut être définie par son premier terme (ou par ses premiers termes) ; et par une relation de récurrence permettant de calculer chaque terme en fonction des termes précédents.

***Exemple***

* La suite définie par  est une suite définie par une relation de récurrence.

On a  ; 

* La suite définie par  est une suite définie par une relation de récurrence.

On a 

***Application➁***

Soit une suite numérique définie par 

Calculer  ,  et 

1. ***Suite majorée – Suite minorée – Suite bornée***

***Activité***

Soit une suite numérique définie par 

1. Calculer  ,  et 
2. Montrer que 

***Définitions***

Soit une suite numérique.

 On dit que la suite est **majorée** par un nombre réel  si et seulement si 

On dit que la suite est **minorée** par un nombre réel  si et seulement si .

On dit que la suite est **bornée** s’elle est majorée et minorée.

***Application➂***

Soit une suite numérique définie par : 

1. Calculer  ,  et 
2. En utilisant le raisonnement par récurrence montrer queest majorée par 1 et minorée par 0.

***Propriété***

Soit une suite numérique.

est bornée  

***Exemple***

 

On a  ; donc est bornée.

1. ***Monotonie d’une suite numérique***

***Définition***

Soit une suite numérique.

* On dit est une suite ***croissante*** si et seulement si .
* On dit est une suite ***décroissante*** si et seulement si .
* On dit est une suite ***constante*** si et seulement si 

***Propriété***

Soit une suite numérique.

* On dit est une suite ***croissante*** si et seulement si  ;.
* On dit est une suite ***décroissante*** si et seulement si  ;.
* On dit est une suite ***constante*** si et seulement si  ;.

***Remarque***

Soit une suite numérique telle que 

* est strictement croissante.
* est strictement décroissante.
* est croissante s’elle est minorée par  ; et décroissante s’elle est majorée par pour tout .

***Application➃***

Etudier la monotonie de la suite dans les cas suivants

 ;  ; 

 ; 

1. ***Suite arithmétique***
2. ***Définition d’une suite arithmétique***

***Activité***

Soit une suite numérique définie par 

1. Calculer les quatre premiers termes de . Que remarquez-vous ?
2. Calculer  pour tout  .

***Définition***

Soit une suite numérique.

On dit que est une suite arithmétique si et seulement si  donc.

Le nombre réel  s’appelle la raison de la suite .

***Remarque***

Pour montrer qu’une suite numérique est arithmétique il suffit de montrer que , de telle sorte que  ne dépend pas de .

***Exemple***

Soient et deux suites numériques telles que  et 

* On a 

Donc  est une suite arithmétique de raison 

* Et On a 

Donc la suite n’est pas une suite arithmétique car la différence  dépend de .

1. ***Terme générale d’une suite arithmétique en fonction de ***

***Propriété***

Si est une suite arithmétique de raison  alors  on a 

***Exemple***

Soit une suite arithmétique de raison  et son premier terme est 

On a  donc 

***Application➄***

1. Soit une suite arithmétique telle que :  et 
2. Déterminer  la raison de la suite .
3. Exprimer en fonction de .
4. Le nombre 203 est-il un terme de la suite  ? justifier

* ***Propriété caractéristique d’une suite arithmétique***

Si  , et  (dans cet ordre) trois termes consécutifs d’une suite arithmétique alors on a 

***Application➅***

Soit  une suite arithmétique telle que .

Calculer  .

1. ***Somme de termes consécutifs d’une suite arithmétique***

***Propriété***

Si est une suite arithmétique de raison  alors  on a

.

 le premier terme de la somme,  le dernier terme de la somme et le nombre termes.

***Exemple***

Soit  une suite arithmétique telle que  .Calculer 

On a 

Et on a  et  Donc 

***Application➆***

Soit une suite arithmétique telle que :  et 

1. Déterminer  la raison de la suite . Puis déduire en fonction de .
2. Calculer 
3. ***Suite géométrique***
4. ***Définition d’une suite géométrique***

***Activité***

Soit  une suite numérique définie par  .

1. Calculer  et . Que remarquez-vous ?
2. Déduire  en fonction de  pour tout .

***Définition***

Soit une suite numérique.

On dit que est une suite arithmétique si et seulement si .

Le nombre réel  s’appelle raison de la suite .

***Exemple***

Soit une suite numérique telle que  ; .

On a .

Donc est une suite géométrique de raison 5.

***Remarque***

Pour montrer qu’une suite numérique est géométrique il suffit de montrer que , de telle sorte que  ne dépend pas de .

1. ***Terme générale d’une suite arithmétique en fonction de ***

***Propriété***

Si est une suite géométrique de raison  alors  on a  .

***Remarque***

Soit est une suite géométrique de raison .

* Si  alors .
* Si  alors .
* Si  alors la suite est une suite constante.

***Application➇***

Soit est une suite géométrique de raison  telle que  et .

Déterminer la raison de la suite puis déduire le terme général en fonction de .

* ***Propriété caractéristique d’une suite géométrique***

Si  , et  (dans cet ordre) trois termes consécutifs d’une suite géométrique alors on a 

***Application➈***

Soit une suite géométrique telle que . Calculer 

1. Somme de termes d’une suite géométrique

***Propriété*** :

Siest une suite géométrique de raison  , alors

La somme des termes consécutifs  est : .

***Application➉***

Soit une suite géométrique telle que  et .

1. Exprimer  en fonction de  .
2. Calculer  et 
3. Calculer 

***Exercice***

Soit une suite numérique définie par 

1. Calculer  et 
2. Soit  une suite numérique définie par 
3. Montrer que est une suite géométrique, en déterminant sa raison et son premier terme.
4. Exprimer  en fonction de .
5. Déduire en fonction de .
6. Calculer  .